ALGEBRA – BLATT 3

1. Spezielle Untergruppen

Aufgabe 1. Bestimmen Sie das Zentrum von D_{2n}.

Aufgabe 2. Sei $H \leq G$ eine Untergruppe und $A \subseteq G$ eine beliebige Teilmenge einer Gruppe G. Sei $N_H(A) = \{h \in H : hAh^{-1} = A\}$. Zeigen Sie, dass $N_H(A) = N_G(A) \cap H$ und dass $N_H(A)$ eine Untergruppe von H ist (A muss keine Teilmenge von H sein).

2. Erzeugte Untergruppen

Aufgabe 3. Eine Gruppe G ist *endlich erzeugt*, falls man eine endliche Menge $A \subset G$ finden kann mit $G = \langle A \rangle$. Welche der folgenden Gruppen sind endlich erzeugt?

- $\mathbb{Z}$
- $\mathbb{Q}$
- D_{2n}
- Die Symmetriegruppe eines Kreises (=Limes von D_{2n} für $n \to \infty$?)
- beliebige abelsche Gruppe

3. Klassifikationen von Gruppen

Aufgabe 4. Klassifizieren Sie alle Gruppen der Ordnung 4 bis auf Isomorphie. Hinweis: Betrachten Sie die möglichen Multiplikationstabellen wie in Aufgabe 5.

4. Der Untergruppenverband

Aufgabe 5. Bestimmen Sie den Untergruppenverband der Gruppe auf $\{1, a, b, c\}$ deren "kleines Einmaleins" in folgender Tabelle zu finden ist.

	1	a	b	c
1	1	a	b	c
a	a	1	c	b
b	b	c	1	a
c	c	b	a	1

5. Fundamentalgruppen von Haushaltsgegenständen

Aufgabe 6. Lesen Sie den Wikipedia-Artikel zur Fundamentalgruppe eines topologischen Raums (oder eine beliebige andere Quelle). Beschreiben Sie möglichst genau die Fundamentalgruppe des folgenden Objekts (aufgefasst als 3-dimensionaler(!) topologischer Raum). Hinweis: sie ist unabhängig vom Basispunkt.