

ALGEBRA – BLATT 3

Abgabe der Ausarbeitungen bitte bis **20.05.2021 09:00 Uhr auf Moodle**.
Eine eigenständige Abgabe pro Person.

1. SPEZIELLE UNTERGRUPPEN

Aufgabe 1. Bestimmen Sie das Zentrum von D_{2n} .

Aufgabe 2. Sei $H \leq G$ eine Untergruppe und $A \subseteq G$ eine beliebige Teilmenge einer Gruppe G . Sei $N_H(A) = \{h \in H : hAh^{-1} = A\}$. Zeigen Sie, dass $N_H(A) = N_G(A) \cap H$ und dass $N_H(A)$ eine Untergruppe von H ist (A muss keine Teilmenge von H sein).

2. DER UNTERGRUPPENVERBAND

Aufgabe 3. Bestimmen Sie den Untergruppenverband der Gruppe auf $\{1, a, b, c\}$ deren "kleines Einmaleins" in folgender Tabelle zu finden ist.

	1	a	b	c
1	1	a	b	c
a	a	1	c	b
b	b	c	1	a
c	c	b	a	1

Welche dieser Untergruppen sind Normalteiler und was sind die jeweiligen Quotienten?

3. QUOTIENTENGRUPPEN

Aufgabe 4. Sei A eine abelsche Gruppe und $B \leq A$ eine Untergruppe. Zeigen Sie, dass A/B abelsch ist. Gilt die Umkehrung; oder gibt es eine nicht-abelsche Gruppe A mit einer (nicht-trivialen, echten) normalen Untergruppe $B \trianglelefteq A$ sodass A/B abelsch ist?

Aufgabe 5. Sei $\phi: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}^*, x \mapsto |x|$ die Betragsabbildung. Ist ϕ ein Homomorphismus? Beschreiben Sie die Fasern von ϕ und den Quotienten.

4. FUNDAMENTALGRUPPEN VON HAUSHALTSGEGENSTÄNDEN

Aufgabe 6. Lesen Sie den [Wikipedia-Artikel zur Fundamentalgruppe eines topologischen Raums](#) (oder eine beliebige andere Quelle). Beschreiben Sie möglichst genau die Fundamentalgruppe des folgenden Objekts (aufgefasst als 3-dimensionaler(!) topologischer Raum). Hinweis: sie ist unabhängig vom Basispunkt.

