

## ALGEBRA – BLATT 7

Abgabe der Ausarbeitungen bitte bis 11.07.2021 23:59 Uhr auf Moodle.  
Eine eigenständige Abgabe pro Person.

## 1. ZERFÄLLUNGSKÖRPER

**Aufgabe 1.** Bestimmen Sie jeweils die Zerfällungskörper von

- $x^4 + 4 \in \mathbb{Q}[x]$
- $x^4 - 2 \in \mathbb{Q}[x]$ .

## 2. ZUSAMMENGESetzte KÖRPER

**Aufgabe 2.** Seien  $K_1$  und  $K_2$  Teilkörper eines Körpers  $L$ . In Analogie zum Untergruppenverband in der Gruppentheorie will man auch Verbände von Teilkörpern betrachten. Der Schnitt von  $K_1$  und  $K_2$  ist ein Teilkörper, wie wir schon gesehen haben. Als den *zusammengesetzten Körper*  $K_1K_2$  bezeichnet man einfach den kleinsten Teilkörper von  $L$  der sowohl  $K_1$  als auch  $K_2$  enthält, d.h. wieder den Schnitt über alle Teilkörper die  $K_1$  und  $K_2$  enthalten.

Bestimmen Sie den zusammengesetzten Körper  $\mathbb{Q}(\sqrt{2})\mathbb{Q}(\sqrt[3]{2})$ . Finden Sie einen Erzeuger, d.h. ein primitives Element. Was ist seine Dimension über  $\mathbb{Q}$ ?

**Aufgabe 3.** Zeigen Sie, dass  $\mathbb{Q}(\sqrt{2} + \sqrt{3}) = \mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{3})$ . Bestimmen Sie den Erweiterungsgrad über  $\mathbb{Q}$  und finden Sie ein irreduzibles Polynom in  $\mathbb{Q}[x]$  welches  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$  als Wurzel hat.