## KOMMUTATIVE ALGEBRA - BLATT 7

## 1. Gröbnerbasen

**Aufgabe 1.** Implementieren Sie in normalform.m2 eine Funktion spolynom, die für Polynome  $f, g \in \mathbb{Q}[x_1, \ldots, x_n]$  das S-Polynom spoly(f, g) berechnet.

**Aufgabe 2.** Vervollständigen Sie die Implementierung des Buchberger-Algorithmus in buchberger.m2.

Zusatzaufgabe: Überlegen Sie, wie die Laufzeit des Algorithmus verbessert werden kann.

**Aufgabe 3.** Implementieren Sie in membership.m2 mithilfe von buchberger.m2 und normalform.m2 eine Funktion membership, die für  $\{f_1,\ldots,f_r\}\subseteq \mathbb{Q}[x_1,\ldots,x_n]$  und  $f\in \mathbb{Q}[x_1,\ldots,x_n]$  überprüft, ob f ein Element von  $\langle f_1,\ldots,f_r\rangle$  ist.

**Aufgabe 4.** Vervollständigen Sie die Funktion dimension, die zu einem gegebenen Ideal  $I \subsetneq \mathbb{k}[x_1, \dots, x_n]$  die Dimension von I berechnet. Nutzen Sie dazu aus, dass

•  $\dim(I) = \dim(\operatorname{in}_{\leq_{\operatorname{GRevLex}}}(I)).$ 

Überlegen Sie dann, wie man die Dimension eines Monomideals  $\langle m_1, \ldots, m_r \rangle \subset \mathbb{k}[x_1, \ldots, x_n]$  algorithmisch berechnen kann.

## 2. NÜTZLICHE BEFEHLE

- leadMonomial
- leadTerm
- gcd
- terme
- monome
- >
- subsets
- gens