ALGEBRA VS. GEOMETRIE

Im Folgenden seien $I, J \subseteq \mathbb{C}[x_1, \ldots, x_n]$ Ideale, $\mathbf{Z}(I), \mathbf{Z}(J) \subseteq \mathbb{C}^n$ die von I und J definierten algebraischen Mengen, $V, W \subset \mathbb{C}^n$ algebraische Mengen und $\mathbf{I}(V), \mathbf{I}(W) \subseteq \mathbb{C}[x_1, \ldots, x_n]$ die Ideale der auf V und W verschwindende Polynome. Da $V - W$ im Allgemeinen keine algebraische Menge ist, betrachtet man dessen *Zariskiabschluss* $\overline{V - W}$, d.h. die kleinste algebraische Menge in $\mathbb{C}^n$ die $V - W$ enthält. Es gelten die folgenden Korrespondenzen.

ALGEBRA		**GEOMETRIE**
Radikale Ideale	$\leftrightarrow$	Algebraische Mengen
Primideale	$\leftrightarrow$	Algebraische Varietäten
$(x_1 - a_1, \ldots, x_n - a_n)$	$\leftrightarrow$	$(a_1, \ldots, a_n) \in \mathbb{C}^n$
$(1) = \mathbb{C}[x_1, \ldots, x_n]$	$\leftrightarrow$	$\{\emptyset\}$
I	$\rightarrow$	$\mathbf{Z}(I)$
$\mathbf{I}(V)$	$\leftarrow$	V
$I + J$	$\rightarrow$	$\mathbf{Z}(I) \cap \mathbf{Z}(J)$
$\operatorname{rad}(\mathbf{I}(V) + \mathbf{I}(W))$	$\leftarrow$	$V \cap W$
$I \cdot J$	$\rightarrow$	$\mathbf{Z}(I) \cup \mathbf{Z}(J)$
$\operatorname{rad}(\mathbf{I}(V) \cdot \mathbf{I}(W))$	$\leftarrow$	$V \cup W$
$I : J$	$\rightarrow$	$\overline{\mathbf{Z}(I) - \mathbf{Z}(J)}$
$\mathbf{I}(V) : \mathbf{I}(W)$	$\leftarrow$	$V - W$